....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungsmechanik II

16. 08. 2018

1. Aufgabe

a) 1) Einführung dimensionsloser Variablen mit $\mathcal{O}(1)$:

$$\bar{p} = \frac{p}{\Delta p}, \bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_{ref}}, \bar{u} = \frac{u}{u_m}, \bar{r} = \frac{r}{R}, \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_{ref}}, \bar{g} = \frac{g}{g_{ref}}$$

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta p}{L}\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \rho_{ref} g_{ref} \bar{\rho}\bar{g} + \frac{\eta_{ref}}{R^2} u_m \frac{\bar{\eta}}{\bar{r}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}\bar{r}} \right) &= 0 \\ \underbrace{-\frac{\Delta p}{L}\frac{R^2}{\eta_{ref} u_m}}_{K_1} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \underbrace{\frac{\rho_{ref} g_{ref} R^2}{\eta_{ref} u_m}}_{K_2} \bar{\rho}\bar{g} + \frac{\bar{\eta}}{\bar{r}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}\bar{r}} \right) &= 0 \end{aligned}$$

2) 7 Einflussgrößen:

Größe	Δp	ρ	u_m	η	L	R	g
Einheit	$\frac{kg}{ms^2}$	$\frac{kg}{m^3}$	$\frac{m}{s}$	$\frac{kg}{ms}$	m	m	$\frac{m}{s^2}$

3 verschiedene Dimensionen, d.h. 3 wiederkehrende Variablen: ρ, u_m, R

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \Delta p^1 \rho^\beta u_m^\gamma R^\delta \\ 0 &= \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}^2}\right]^1 \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]^\beta \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]^\gamma [\mathrm{m}]^\delta \\ [kg]: 0 &= 1 + \beta \quad \Rightarrow \beta = -1 \\ [m]: 0 &= -1 - 3\beta + \gamma + \delta \quad \Rightarrow \delta = 0 \\ [s]: 0 &= -2 - \gamma \quad \Rightarrow \gamma = -2 \\ \Rightarrow \Pi_1 &= \frac{\Delta p}{\rho {u_m}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= \eta^1 \rho^\beta u_m^\gamma R^\delta \\ 0 &= \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}}\right]^1 \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]^\beta \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]^\gamma [\mathrm{m}]^\delta \\ [kg]: 0 &= 1 + \beta \quad \Rightarrow \beta = -1 \\ [m]: 0 &= -1 - 3\beta + \gamma + \delta \quad \Rightarrow \delta = -1 \\ [s]: 0 &= -1 - \gamma \quad \Rightarrow \gamma = -1 \\ \Rightarrow \Pi_2 &= \frac{\eta}{\rho u_m R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Pi_3 &= L^1\rho^\beta u_m^\gamma R^\delta \\
0 &= [\mathrm{m}]^1\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]^\beta\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]^\gamma[\mathrm{m}]^\delta \\
[kg]:\ 0 &= \beta \\
[m]:\ 0 &= 1-3\beta+\gamma+\delta \quad \Rightarrow\ \delta=-1 \\
[s]:\ 0 &= -\gamma \quad \Rightarrow\ \gamma=0 \\
\Rightarrow \Pi_3 &= \frac{L}{R}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Pi_4 &= g^1\rho^\beta u_m^\gamma R^\delta \\
0 &= \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]^1\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]^\beta\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]^\gamma[\mathrm{m}]^\delta \\
[kg]:\ 0 &= \beta \\
[m]:\ 0 &= 1-3\beta+\gamma+\delta \quad \Rightarrow\ \delta=1 \\
[s]:\ 0 &= -2-\gamma \quad \Rightarrow\ \gamma=-2 \\
\Rightarrow \Pi_4 &= \frac{gR}{{u_m}^2}
\end{aligned}$$

b) aus Teil 1):

$$\begin{aligned}
K_1 = \frac{\Delta p}{L}\frac{R^2}{\eta_{ref}u_m} = \frac{\Delta p}{\rho_{ref}u_m^2}\cdot\frac{\rho_{ref}u_mR}{\eta_{ref}}\cdot\frac{R}{L} &= Eu\cdot Re_R\cdot Geo \\
K_2 = \frac{\rho_{ref}g_{ref}R^2}{\eta_{ref}u_m} = \frac{\rho_{ref}u_mR}{\eta_{ref}}\cdot\frac{Rg_{ref}}{u_m^2} &= \frac{Re_R}{Fr^2}
\end{aligned}$$

aus Teil 2):

$$\begin{aligned}
\Pi_1 &= \frac{\Delta p}{\rho {u_m}^2} = Eu \\
\Pi_2 &= \frac{\eta}{\rho u_m R} = \frac{1}{Re_R} \\
\Pi_3 &= \frac{L}{R} = \frac{1}{Geo} \\
\Pi_4 &= \frac{gR}{{u_m}^2} = \frac{1}{Fr^2}
\end{aligned}$$

c) Damit die Ergebnisse des Modellversuchs auf die reale Pipeline übertragen werden können, müssen die Kennzahlen übereinstimmen.

$$K_{2,PL} \stackrel{!}{=} K_{2,M} \rightarrow \frac{\rho_{PL}g_{PL}R_{PL}^2}{\eta_{PL}u_{m,PL}} = \frac{\rho_M g_M R_M^2}{\eta_M u_{m,M}}$$

es gilt $\rho_{PL}=\rho_M$, $\eta_{PL}=\eta_M$ und $g_{PL}=g_M$ sowie $\frac{R_M}{R_{PL}}=\frac{1}{5}$ $\qquad \Rightarrow u_{m,M}=\frac{1}{25}u_{m,PL}$

2. Aufgabe

a) Integration der gegebenen Gleichung in y-Richtung:

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\eta}\frac{dp}{dx}y + C_1 \quad \Rightarrow \quad u(x,y) = \frac{1}{\eta}\frac{dp}{dx}\frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2$$

Randbedingungen:

$$u(y=0) = u_\infty \quad \Rightarrow \quad C_2 = u_\infty$$
$$u(y=h(x)) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = -\frac{1}{h(x)}\left(\frac{1}{\eta}\frac{dp}{dx}\frac{h^2(x)}{2} + u_\infty\right)$$

$$\Rightarrow u(x,y) = \frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}\left(y^2 - h(x)y\right) + u_\infty\left(1 - \frac{y}{h(x)}\right)$$

Volumenstrom $\dot{V}$ durch den Spalt: $\dot{V} = B\int_0^h u(x,y)dy$

$$\Rightarrow \dot{V} = B\left[\frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}\left(\frac{1}{3}y^3 - \frac{h(x)}{2}y^2\right) + u_\infty\left(y - \frac{y^2}{2h(x)}\right)\right]_0^h$$

$$\Leftrightarrow \dot{V} = \frac{Bu_\infty h(x)}{2} - \frac{Bh^3(x)}{12\eta}\frac{dp}{dx}$$

b) die Gleichung für $\dot{V}$ aus Teil a) nach $\frac{dp}{dx}$ umgestellt liefert:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\eta u_\infty}{h^2(x)} - \frac{12\eta \dot{V}_{max}}{Bh^3(x)}$$

da der Volumenstrom konstant ist, liefert die Integration:

$$\Rightarrow \int_{p_1}^{p_2} dp = p_2 - p_1 = \Delta p = 6\eta u_\infty \int_0^L \frac{dx}{h^2(x)} - \frac{12\eta\dot{V}_{max}}{B}\int_0^L \frac{dx}{h^3(x)}$$

mit $h(x) = h_1 - \frac{h_1 - h_2}{L}x$

$$\Rightarrow \Delta p = 6\eta u_\infty \frac{\frac{L}{h_1 - h_2}}{h_1 - \frac{h_1-h_2}{L}x}\Bigg|_0^L - \frac{12\eta\dot{V}_{max}}{B}\frac{\frac{1}{2}\frac{L}{h_1-h_2}}{\left(h_1 - \frac{h_1-h_2}{L}x\right)^2}\Bigg|_0^L$$

$$\Leftrightarrow \Delta p = 6\eta u_\infty \frac{L}{h_1 - h_2}\left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1}\right) - \frac{12\eta\dot{V}_{max}}{B}\frac{1}{2}\frac{L}{h_1 - h_2}\left(\frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{h_1^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta p = 6\eta u_\infty \frac{L}{h_1 h_2} - \frac{12\eta\dot{V}_{max}}{B}\frac{L(h_1 + h_2)}{2h_1^2 h_2^2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta p = \frac{6\eta L}{h_1 h_2}\left(u_\infty - \frac{\dot{V}_{max}(h_1 + h_2)}{Bh_1 h_2}\right)$$

3. Aufgabe

a) komplexe Potentialfunktion:

$$F(z) = u_\infty z - \frac{E}{2\pi} ln\left(z\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} ln\left(z\right) \text{ mit } E > 0, \Gamma > 0 \text{ (linksdrehend, nach innen gerichtet)}$$

b)

$$\begin{aligned} F(z) &= u_\infty\left(x+iy\right) - \frac{E}{2\pi} ln\left(re^{i\varphi}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} ln\left(re^{i\varphi}\right) \\ F(z) &= u_\infty\left(rcos(\varphi) + irsin(\varphi)\right) - \frac{E}{2\pi}\left(ln\left(r\right) + i\varphi\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi}\left(ln\left(r\right) + i\varphi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Potentialfunktion: } \Phi(x,y) &= Re(F(z)) = u_\infty rcos(\varphi) - \frac{E}{2\pi} ln\left(r\right) + \frac{\Gamma}{2\pi}\varphi \\ \text{Stromfunktion: } \Psi(x,y) &= Im(F(z)) = u_\infty rsin(\varphi) - \frac{E}{2\pi}\varphi - \frac{\Gamma}{2\pi} ln\left(r\right) \end{aligned}$$

Geschwindigkeitskomponenten:

$$\begin{aligned} v_r(r,\varphi) &= \frac{\partial\Phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} = u_\infty cos(\varphi) - \frac{E}{2\pi r} \\ v_\varphi(r,\varphi) &= \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = -\frac{\partial\Psi}{\partial r} = \frac{\Gamma}{2\pi r} - u_\infty sin(\varphi) \end{aligned}$$

c) Im Staupunkt gilt $v_r = v_\varphi = 0$, d.h.

$$v_r(r,\varphi) = u_\infty cos(\varphi) - \frac{E}{2\pi r} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow cos(\varphi) = \frac{E}{2\pi r u_\infty} \tag{1}$$

$$v_\varphi(r,\varphi) = \frac{\Gamma}{2\pi r} - u_\infty sin(\varphi) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow sin(\varphi) = \frac{\Gamma}{2\pi r u_\infty} \tag{2}$$

aus Gl. (1) und (2) folgt

$$\frac{\Gamma}{E} = \frac{sin(\varphi)}{cos(\varphi)} = tan(\varphi) \rightarrow \varphi_s = tan^{-1}\left(\frac{\Gamma}{E}\right) \tag{3}$$

mit $sin^2(\varphi) + cos^2(\varphi) = 1 \Leftrightarrow cos^2(\varphi) = \frac{1}{1+\frac{sin^2(\varphi)}{cos^2(\varphi)}} \Leftrightarrow cos(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{1+tan^2(\varphi)}}$ folgt aus Gl. (1) und (3):

$$r_s = \frac{E}{2\pi u_\infty cos(\varphi)} = \frac{E}{2\pi u_\infty}\sqrt{1+tan^2(\varphi)} = \frac{E}{2\pi u_\infty}\sqrt{1+\frac{\Gamma^2}{E^2}} \tag{4}$$

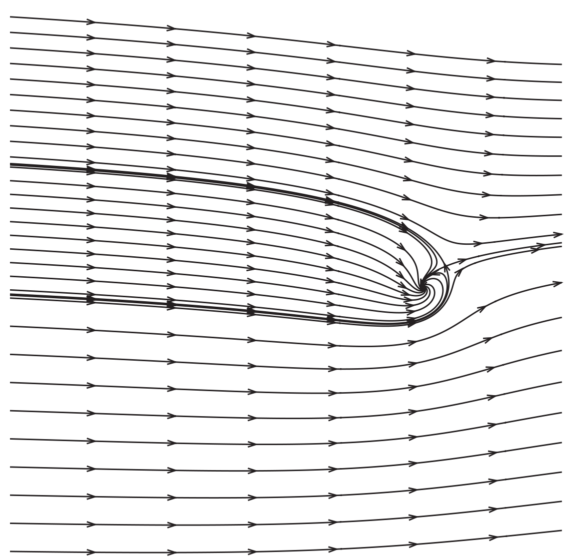
mit der Vorgabe zur Lage des Staupunktes $x = y \Rightarrow rcos(\varphi) = rsin(\varphi)$ folgt aus Gl. (3) $E \overset{!}{=} \Gamma$ sowie $\varphi_{s,1} = \frac{\pi}{4}, \varphi_{s,2} = \frac{5\pi}{4}$

aus Gl. (4) ergibt sich daraus:

$$r_s = \frac{E}{\sqrt{2}\pi u_\infty}$$

da $E = \Gamma > 0, u_\infty > 0$ und $r_s \overset{!}{>} 0$ ist nur $\varphi_{s,1} = \frac{\pi}{4}$ eine Lösung.

d) Skizze vom Strömungsfeld:



4. Aufgabe

a) 1. Randbedingung: Haftbedingung: $\frac{y}{\delta} = 0 \rightarrow u = 0$

2. Randbedingung: Grenzschichtrand: $\frac{y}{\delta} = 1 \rightarrow u = u_a(x)$

3. Randbedingung: Wandbindungsgleichung: $\frac{y}{\delta} = 0$

aus der x-Impuls-Grenzschichtgleichung ergibt sich an der Wand: $\eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\Big|_{y=0} = \frac{dp}{dx}$

4. Randbedingung: Stetigkeit Grenzschichtrand: $\frac{y}{\delta} \geq 1 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = 0$

$$\begin{aligned}
&\underline{\text{aus 1. RB}} &:& \quad a_0 = 0 && (1)\\
&\underline{\text{aus 2. RB}} &:& \quad 1 = a_1(x) + a_2(x) + a_3(x) && (2)\\
&\underline{\text{aus 3. RB}} &:& \quad \text{mit } \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = u_a(x)\left(\frac{2a_2(x)}{\delta^2} + 6a_3(x)\frac{y}{\delta^3}\right) \text{ und } \frac{dp}{dx} = Cx : && (3)\\
&\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\Big|_{y=0} &=& \quad \frac{2a_2(x)u_a(x)}{\delta^2} = \frac{1}{\eta}\frac{dp}{dx} \Leftrightarrow a_2(x) = \frac{Cx\delta^2}{2u_a(x)\eta} && (4)\\
&\underline{\text{aus 4. RB}} &:& \quad 0 = a_1(x) + 2a_2(x) + 3a_3(x) && (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_2 \text{ eingesetzt in Gl. (2) ergibt } a_1(x) &= 1 - \frac{Cx\delta^2}{2u_a(x)\eta} - a_3(x) && (6)\\
\text{eingesetzt in Gl. (5) ergibt sich } a_3(x) &= -\frac{1}{2} - \frac{Cx\delta^2}{4u_a(x)\eta} && (7)\\
\text{und aus Gl. (6) } a_1(x) &= \frac{3}{2} - \frac{Cx\delta^2}{4u_a(x)\eta} && (8)
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{u(x,y)}{u_a(x)} = \left(\frac{3}{2} - \frac{Cx\delta^2}{4u_a(x)\eta}\right)\left(\frac{y}{\delta}\right) + \frac{Cx\delta^2}{2u_a(x)\eta}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - \frac{Cx\delta^2}{4u_a(x)\eta}\right)\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad (9)$$

b) aus Teil a) bekannte Bedingungen am Grenzschichtrand: $u = u_a$, $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$

5. Randbedingung: reibungsfreie Außenströmung: $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

damit reduziert sich die Grenzschichtgleichung zu

$$
\begin{aligned}
u_a \frac{du_a}{dx} &= -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} \\
\frac{1}{2}\frac{du_a^2}{dx} &= -\frac{1}{\rho}Cx \\
u_a^2 &= -\frac{2}{\rho}\int Cx dx \\
u_a^2 &= -\frac{Cx^2}{\rho} + C_2
\end{aligned}
$$

Randbedingung: $u_a(x=0) = u_0 \rightarrow C_2 = u_0^2$

$\Rightarrow u_a(x) = \sqrt{u_0^2 - \dfrac{Cx^2}{\rho}}$

c) Ablösung: $\tau_w = 0$

mit $\tau_w = \eta \left.\dfrac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \dfrac{\eta u_a(x)}{\delta}\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{Cx\delta^2}{4u_a(x)\eta}\right) = 0$ d.h. $\dfrac{3}{2} - \dfrac{Cx\delta^2}{4u_a(x)\eta} = 0$

δ und $u_a(x)$ einsetzen:

$$
\begin{aligned}
\frac{6}{25}\frac{\rho}{C} &= \frac{x^2}{u_0^2 - \frac{Cx^2}{\rho}} \\
\frac{6}{25}\frac{\rho}{C} &= \frac{1}{\frac{u_0^2}{x^2} - \frac{C}{\rho}} \\
\frac{u_0^2}{x^2} - \frac{C}{\rho} &= \frac{C}{\rho}\frac{25}{6} \\
\Rightarrow x_{abl} &= \sqrt{\frac{6}{31}\frac{\rho}{C}}u_0
\end{aligned}
$$

5. Aufgabe

a) Energiegleichung, angewendet auf den Ruhezustand: $h_0 = h + \frac{u^2}{2}$

$$\begin{aligned} \text{mit } h = c_p T \quad &\Rightarrow \quad c_p T_0 = c_p T + \frac{u^2}{2} \\ \text{mit } c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad &\Rightarrow \quad T_0 = T + \frac{\gamma - 1}{\gamma R}\frac{u^2}{2} \end{aligned}$$

Zustand vor dem Stoß: 1, Zustand hinter dem Stoß: 2
h_0 bzw. T_0 ist über den Stoß konstant $\Rightarrow T_0 = T_{2,max}$

$$T_{2,max} = T_1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma R}\frac{u_{1,max}^2}{2} \Leftrightarrow u_{1,max} = \sqrt{\frac{2\gamma R}{\gamma - 1}\left(T_{2,max} - T_1\right)}$$

b) Machzahl $M_2 = \frac{u_2}{\sqrt{\gamma R T_2}}$

$$\text{mit } 1 \quad = \quad M_1^* M_2^* = \underbrace{\frac{u_1}{c_1^*}\frac{u_2}{c_2^*}}_{c_1^* = c_2^*} \text{ folgt } u_2 = \frac{{c^*}^2}{u_{1,max}} = \frac{\gamma R T^*}{u_{1,max}}$$

aus der Energiegleichung $c_p T_{2,max} = c_p T_2 + \frac{u_2^2}{2}$ ergibt sich

$$\begin{aligned} T_2 \quad &= \quad T_{2,max} - \frac{u_2^2}{2c_p} = T_{2,max} - \frac{\gamma R T^{*2}}{u_{1,max}^2}\frac{\gamma - 1}{2} \\ \Rightarrow M_2 \quad &= \quad \frac{\sqrt{\gamma R} T^*}{u_{1,max}\sqrt{T_{2,max} - \frac{\gamma R T^{*2}}{u_{1,max}^2}\frac{\gamma - 1}{2}}} \end{aligned}$$

Alternativer Lösungsweg:
Herleitung der Beziehung zwischen Machzahl und kritischer Machzahl:

$$\begin{aligned} c_p T + \frac{u^2}{2} \quad &= \quad c_p T^* + \frac{u^{*2}}{2} \\ \text{mit } c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \Rightarrow c^2 + \frac{\gamma - 1}{2}u^2 \quad &= \quad c^{*2} + \frac{\gamma - 1}{2}c^{*2} = \frac{\gamma + 1}{2}c^{*2} \\ \frac{1}{M^2} + \frac{\gamma - 1}{2} \quad &= \quad \frac{\gamma + 1}{2}\frac{1}{M^{*2}} \\ M^2 \quad &= \quad \frac{2M^{*2}}{(\gamma + 1) - (\gamma - 1)M^{*2}} \end{aligned}$$

mit $1 = M_1^* M_2^* \Rightarrow M_2^* = \dfrac{1}{M_1^*} = \dfrac{\sqrt{\gamma R T^*}}{u_1}$ folgt

$$\begin{aligned} M_2^2 &= \frac{2M_2^{*2}}{(\gamma+1) - (\gamma-1)M_2^{*2}} \\ M_2^2 &= \frac{2}{\frac{\gamma+1}{\gamma R T^*}u_1^2 - (\gamma-1)} \end{aligned}$$

c) Verdichtungsstöße treten nur in supersonischen Strömungen auf, daher muss gelten: $M \leq 1$, d.h. $u_L \leq \sqrt{\gamma R T_u}$

6. Aufgabe

a) Die Zirkulation Γ um die Randkurve einer beliebigen ebenen Fläche entspricht dem doppelten Wirbelfluss durch diese Fläche.

$$\Gamma = \oint_C v_t ||d\vec{r}|| = 2 \int_A \omega_z dA \tag{10}$$

Der Satz von Thomson besagt, dass die Zirkulation entlang einer sich mit dem Fluid bewegenden, geschlossenen Kurve bezüglich der Zeit konstant ist, d.h.

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0.$$

b) Für eine Potentialströmung muss gelten rot $\vec{v} = 0,$ d.h. bei 2D Strömung $\dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0,$ also ergibt sich $\dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{U}{h} \neq 0 \rightarrow$ dieses Geschwindigkeitsprofil erfüllt nicht die Bedingung einer Potentialströmung.

c) Eine laminare Grenzschicht hat geringere Geschwindigkeitsgradienten an der Wand als eine turbulente Grenzschicht bei der gleichen Außengeschwindigkeit. Dadurch ergibt sich eine verringerte Wandschubspannung und somit ein geringerer Widerstandsbeiwert. Gleichzeitig kann die verringerte Schubspannung selbst schon von Vorteil sein (z.B. Blutströmung aufgrund empfindlicher Blutkomponenten, die hohe Scherraten und Schubspannungen nicht gut vertragen).

Maßnahmen zur Laminarhaltung:

- Grenzschichtabsaugung
- Grenzschichtausblasung
- Geometrie (z.B. Laminarprofil beim Flügel)
- ...

d) $\sin\alpha = \dfrac{c}{u} = \dfrac{1}{M}$