

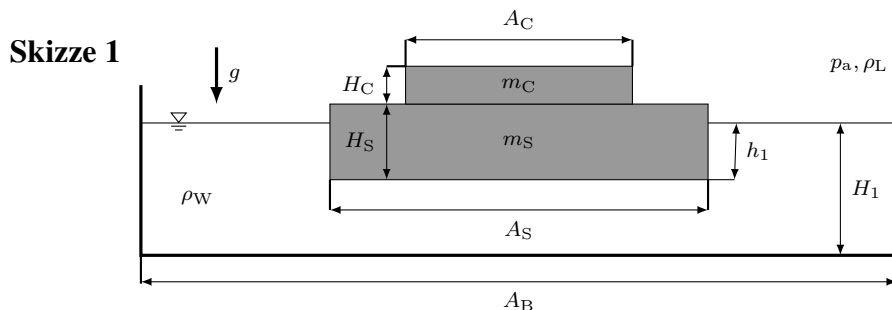
.....
(Matrikelnummer, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik I“

16. 03. 2026

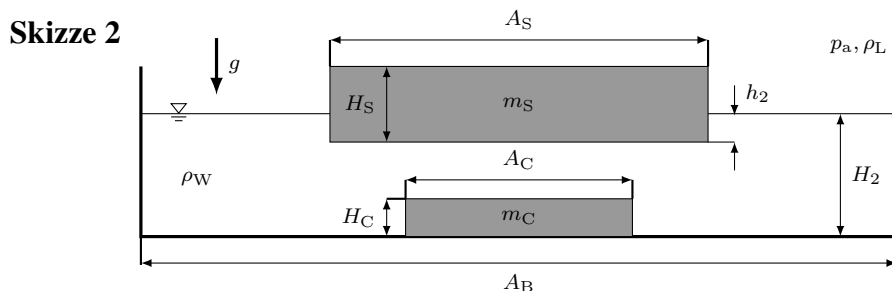
1. Aufgabe (16 Punkte)

Ein quaderförmiges Schiff der Masse m_S mit Grundfläche A_S und Höhe H_S schwimmt in einem mit Wasser gefüllten quaderförmigen Becken mit Grundfläche A_B . Es ist mit einem quaderförmigen Container mit Masse m_C , Höhe H_C und Grundfläche A_C beladen. Dabei hat der initiale Wasserstand im Becken die Höhe H_1 . Die Gravitationsbeschleunigung g und der Umgebungsdruck p_a der Luft sind höhenunabhängig konstant.



- a) Bestimmen Sie die **Eintauchtiefe des Schiffs** h_1 für den in **Skizze 1** dargestellten Fall.

Der Container ist vom Schiff gefallen und steht nun fest mit der Grundfläche auf dem Boden des Beckens.



- b) Bestimmen Sie den **neuen Wasserstand** im Becken H_2 für den in **Skizze 2** dargestellten Fall.

Für die drei folgenden Teilaufgaben wird nun der Auftrieb in der Luft mit der konstanten Dichte $\rho_L \ll \rho_W$ berücksichtigt und der anfängliche Wasserstand ist $H_{1,L} = H_1$.

- c) Entscheiden und begründen Sie, ob der **Umgebungsdruck** p_a der Luft weiterhin als höhenunabhängig konstant angenommen werden darf.
- d) Bestimmen Sie die **neue Eintauchtiefe des Schiffs** $h_{1,L}$ für den in **Skizze 1** dargestellten Fall. Prüfen Sie die Plausibilität Ihres Ergebnisses, indem Sie den Grenzfall $\rho_L/\rho_W \rightarrow 0$ untersuchen. Kennzeichnen Sie in einer **Skizze**, welcher Anteil der Körper jeweils Auftrieb im Wasser und in der Luft verursacht.
- e) Bestimmen Sie den **neuen Wasserstand** $H_{2,L}$ für den in **Skizze 2** dargestellten Fall, nachdem der Container ins Becken gefallen ist. Prüfen Sie die Plausibilität Ihres Ergebnisses, indem Sie den Grenzfall $\rho_L/\rho_W \rightarrow 0$ untersuchen.

Gegeben:

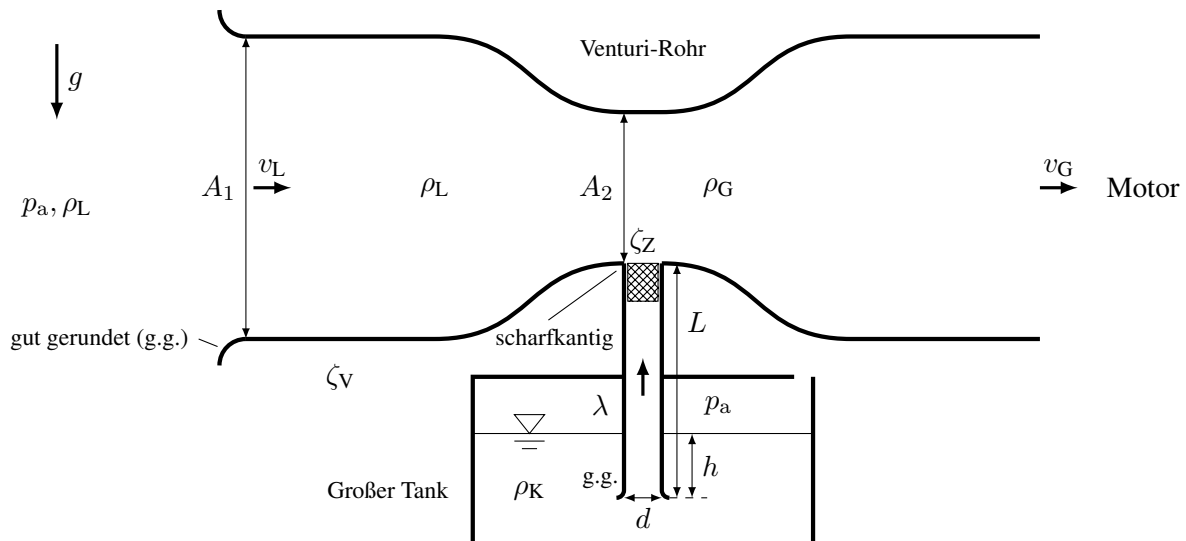
$m_C, m_S, A_B, A_C, A_S, H_C, H_S, H_1, \rho_W, \rho_L, p_a, g$

Hinweise:

- Der Auftrieb in der Luft wird für Teilaufgabe a) und b) vernachlässigt, also $0 < \rho_L \ll \rho_W$.

2. Aufgabe (21 Punkte)

Der Vergaser eines Motorrads mit Zwei-Takt-Motor im Standbetrieb wird nachfolgend mittels eines waagerechten Venturi-Rohrs, an dessen Engstelle eine zylindrische Steigrohrleitung mit Durchmesser d angebracht ist, vereinfacht modelliert. Dabei wird angenommen, dass sowohl die Luft (L) als auch der Kraftstoff (K) und das resultierende Gemisch (G) inkompressibel sind. Durch den Luftstrom im Venturi-Rohr wird der Kraftstoff aus dem Tank (T) über die Steigrohrleitung angesogen und mittels des Zerstäubers (Z) am Einlass in das Venturi-Rohr so mit der Luft durchmischt und vergast, dass sich nach der Engstelle sofort ein ideales Luft-Kraftstoff-Gas-Gemisch mit Dichte ρ_G einstellt. Die Gravitationsbeschleunigung g und der Umgebungsdruck p_a sind höhenunabhängig konstant. Die sich einstellende Strömung im Venturi-Rohr ist stationär und eindimensional.



Zunächst wird der verlustfreie Fall betrachtet.

- Berechnen Sie die **Geschwindigkeit der einströmenden Luft** v_L im Venturi-Rohr vor der Engstelle, so dass sich ein Kraftstoff-Volumenstrom $\dot{V}_K$ in der Steigrohrleitung einstellt.
- Berechnen Sie die **Drehzahl** n des Motors mit effektiven Gesamthubvolumen V_H . Die Geschwindigkeit der einströmenden Luft v_L ist in dieser Teilaufgabe gegeben.

Nun sollen Strömungsverluste mittels der Verlustbeiwerte ζ_V für die Verluste im Venturi-Rohr von 1 bis 2 und ζ_Z für die Verluste auf Grund des Zerstäubers in der Steigrohrleitung berücksichtigt werden. Der Rohrreibungskoeffizient der Steigrohrleitung ist λ .

- Berechnen Sie die **Geschwindigkeit der einströmenden Luft** v_L für einen Kraftstoff-Volumenstrom von $\dot{V}_K$ **unter Berücksichtigung der Strömungsverluste**.
- Skizzieren Sie die **Verläufe der Druckanteile** statischen Druck, geodätischen Druck und dynamischen Druck entlang der Stromlinie von der Oberfläche des Kraftstoffs im Tank bis direkt vor dem Zerstäuber abhängig von der Stromlinienkoordinate s .

Gegeben:

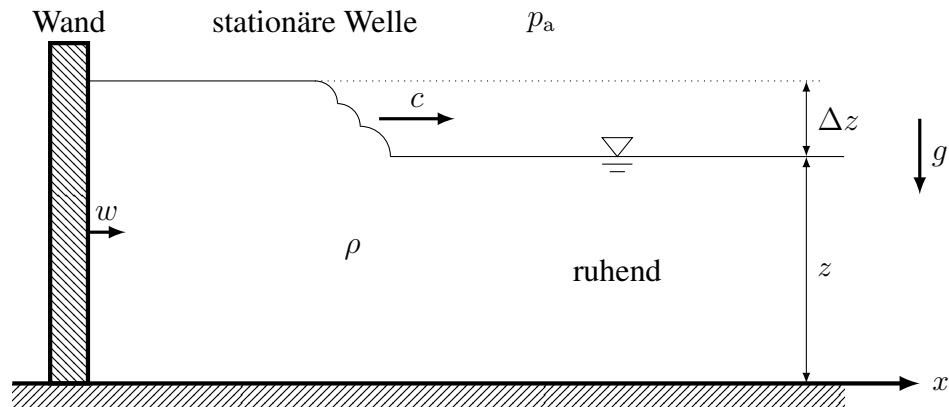
$$g, \quad \rho_L, \quad \rho_K, \quad \rho_G, \quad L, \quad d, \quad h, \quad A_1, \quad A_2, \quad \dot{V}_K, \quad V_H, \quad \zeta_V, \quad \zeta_Z, \quad \lambda$$

Hinweise:

- Die statische Druckänderung in der Luft und im Luft-Kraftstoffgemisch über die vertikalen Abmaße im Venturi-Rohr sind zu vernachlässigen.
- Die Ausdehnung des Zerstäubers ist gegenüber der Steigrohrlänge L zu vernachlässigen.

3. Aufgabe (16 Punkte)

Eine plötzlich mit konstanter Geschwindigkeit w in Bewegung gesetzte Wand in einem Kanal mit konstanter Breite B erzeugt eine ebene Oberflächenwelle mit Wellengeschwindigkeit $c > 0$ in einem inkompressiblen Fluid mit Dichte ρ . Die Amplitude $\Delta z > 0$ der Oberflächenwelle ist sehr klein im Verhältnis zur Fluidtiefe $z > 0$, so dass $\Delta z \ll z$ gilt. Die Gravitationsbeschleunigung g und der Umgebungsdruck p_a sind höhenunabhängig konstant. Die Strömung ist verlustfrei und stationär in dem mit der Wellengeschwindigkeit c mitbewegten System. Stromauf der Welle stellt sich eine Blockprofilströmung mit Geschwindigkeit w ein und stromab der Welle ist das Fluid ruhend.



- Leiten Sie das **Verhältnis der Wandgeschwindigkeit zur Wellengeschwindigkeit** w/c her. In dieser Teilaufgabe ist die Amplitude der Welle Δz gegeben. Begründen Sie mittels Ihres Ergebnisses, ob die **Wandgeschwindigkeit** w kleiner oder größer als die Wellengeschwindigkeit c sein kann.
- Leiten Sie einen Ausdruck für die **Wellengeschwindigkeit** c abhängig von der Fluidtiefe z her.

Nun nähert sich die Oberflächenwelle einem flachen Strand.

- Entscheiden Sie begründet mittels Ihres Ergebnisses aus Teilaufgabe b), ob die **Wellengeschwindigkeit** c sich erhöht oder erniedrigt. Erläutern Sie, **wie und ab wann das hergeleitete Modell** für die Wellengeschwindigkeit c **versagt**.

Gegeben:

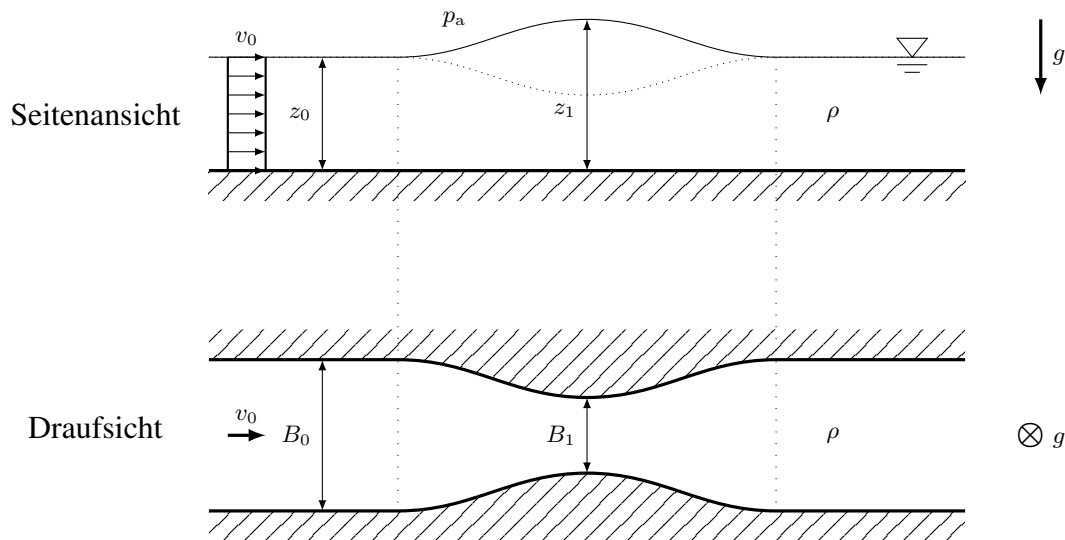
$g, \quad z$

Hinweise:

- Oberflächenspannungseffekte sind zu vernachlässigen.

4. Aufgabe (13 Punkte)

Ein horizontaler offener Rechteck-Kanal weist eine Engstelle auf, in der die Kanalbreite abnimmt und sich der Wasserspiegel ändert. Das Verjüngungsverhältnis der Kanalbreiten $\beta = B_1/B_0$ und das Verhältnis der Spiegelhöhen $\zeta = z_1/z_0$ sind gegeben mit $\zeta\beta \neq 1$. Die Gravitationsbeschleunigung g und der Umgebungsdruck p_a sind höhenunabhängig konstant. Die Strömung ist reibungsfrei, inkompressibel mit Dichte ρ und stationär.



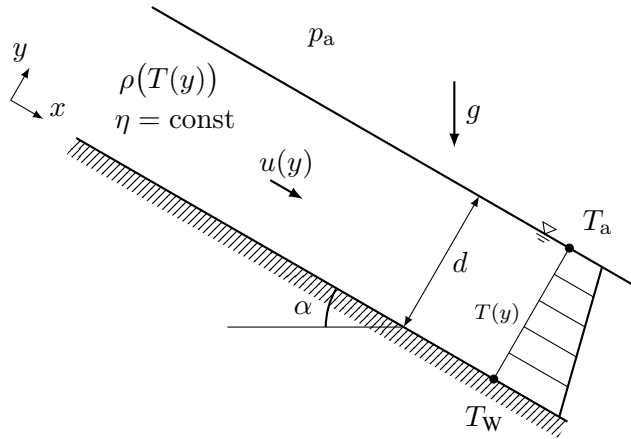
- Definieren Sie die **Froude-Zahl** Fr quantitativ und **interpretieren** Sie den Zähler und Nenner der Definitionsgleichung der Froude-Zahl qualitativ.
- Nennen Sie die notwendige Bedingung für die Froude-Zahl Fr_0 stromauf, damit ein **Wechsel-sprung** in einer offenen Gerinneströmung stromab entstehen kann.
- Berechnen Sie die **Froude-Zahl** vor (Fr_0) und in der Engstelle (Fr_1) in Abhängigkeit vom Verjüngungsverhältnis β und dem Verhältnis der Spiegelhöhen ζ .
- Erläutern Sie anhand eines sorgfältig skizzierten **Energiehöhendigramms**, unter welchen Voraussetzungen die **Kanalverjüngung** β bei gleichbleibendem Volumenstrom $\dot{V}$ zum Übergang vom unterkritischen in den **überkritischen Fließzustand** führen kann.

Gegeben:

$$\beta > 0, \quad \zeta > 0$$

5. Aufgabe (17 Punkte)

Ein Newtonsches Fluid mit temperaturunabhängig konstanter dynamischer Viskosität η läuft in einem laminaren Kühlfilm unter dem Einfluss der konstanten Gravitationsbeschleunigung g über eine beheizte ebene Wand (W), die um den Winkel α geneigt ist. Die Strömung ist stationär, ausgebildet und die Filmdicke d ist in Hauptströmungsrichtung x konstant. Der Umgebungsdruck p_a an der freien Oberfläche ist höhenunabhängig konstant. Die Platte ist in z -Richtung bzw. in die Tiefe unendlich ausgedehnt.



Die Wandtemperatur T_W und die Außentemperatur T_a sind konstant mit $T_W > T_a > 0$. Die Dichte $\rho(T)$ ist temperaturabhängig und das Temperatur-Profil $T(y)$ ist linear, welche beide durch folgende Gesetzmäßigkeiten gegeben sind:

$$\rho(T) = \rho_W [1 - \beta(T - T_W)] \quad \text{mit } \rho_W, \beta = \text{const}$$

Thermisches Stoffmodell

$$T(y) = -\frac{T_W - T_a}{d}y + T_W$$

Temperatur-Profil

- Leiten Sie anhand eines differentiellen Volumenelements die **Differentialgleichung** zur Bestimmung der **Schubspannungsverteilung** $\tau(y)$ im Fluidfilm her. Skizzieren Sie sorgfältig das differentielle Element und die darauf wirkenden relevanten Kräfte.
- Bestimmen und skizzieren Sie sorgfältig die **Schubspannungsverteilung** $\tau(y)$ im Fluidfilm. Berechnen Sie die **Wandschubspannung** τ_W auf das Fluid.
- Bestimmen Sie das **Geschwindigkeitsfeld** $u(y)$ im Fluidfilm.

Gegeben:

$$\rho_W, \quad \beta, \quad T_a, \quad T_W, \quad \eta, \quad g, \quad \alpha, \quad d$$

Hinweise:

- Oberflächenspannungseffekte sind zu vernachlässigen.

6. Aufgabe (17 Punkte)

- a) Es ist die Stromlinie $y_S(x_S)$ eines stationären zweidimensionalen Strömungsfelds $\vec{v}$ in kartesischen Koordinaten und der dazugehörige funktionale Zusammenhang der Geschwindigkeitskomponente $v = v(x_S, y_S)$ in y -Richtung gegeben.

$$y_S(x_S) = ax_S^2 + C$$

Bestimmen Sie die **Geschwindigkeitskomponente** $u = u(x_S, y_S)$ in x -Richtung als Funktion der Stromlinienkoordinaten x_S, y_S .

Gegeben: $a, \quad v = v(x_S, y_S)$

- b) Beschreiben Sie kurz die **Kern-Aussage** der nachfolgenden erweiterten **Bernoulli-Gleichung** für ein inkompressibles Fluid und **interpretieren** Sie qualitativ die einzelnen Summanden.

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 - \frac{\rho}{2} \omega_1^2 r_1^2 + \Delta p_{1,2}^+ = p_2 + \rho g z_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 - \frac{\rho}{2} \omega_2^2 r_2^2 + \Delta p_{1,2}^- + \rho \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad \forall t \in \mathcal{T}$$

- c) Skizzieren Sie den **Schubspannungsverlauf** $\tau(\dot{\gamma})$ eines Newtonschen, eines scherverdünnenden (strukturviskosen), eines scherverdickenden (dilatanten) und eines Bingham-Fluids in einem Diagramm mit der Schubspannung τ als Ordinate und der Schergeschwindigkeit $\dot{\gamma}$ als Abszisse.
- d) Gegeben ist das folgende mechanische Stoffmodell für die Schubspannung τ nach positiver Konvention für eine ideal-laminar viskose Strömung. Nennen Sie die **Art des nicht-Newtonschen Fluids** und begründen Sie Ihre Entscheidung.

$$\tau = C \sqrt{\frac{du}{dy}} \quad \text{mit} \quad \frac{du}{dy} > 0$$

Gegeben: C

- e) Nennen und erklären Sie die definierenden Gleichungen für die **Reynoldssche Zerlegung** und die **Reynoldssche Mittelung** an Hand einer Strömungsgröße f .
- f) Drücken Sie die **Reynoldssche Mittelung des Produktterms** $\overline{fg}$ der Strömungsgrößen f und g mittels der Mittelwerte $\bar{f}$ und $\bar{g}$, und der Schwankungswerte f' und g' aus. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

Hinweise:

- Alle Teilaufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.