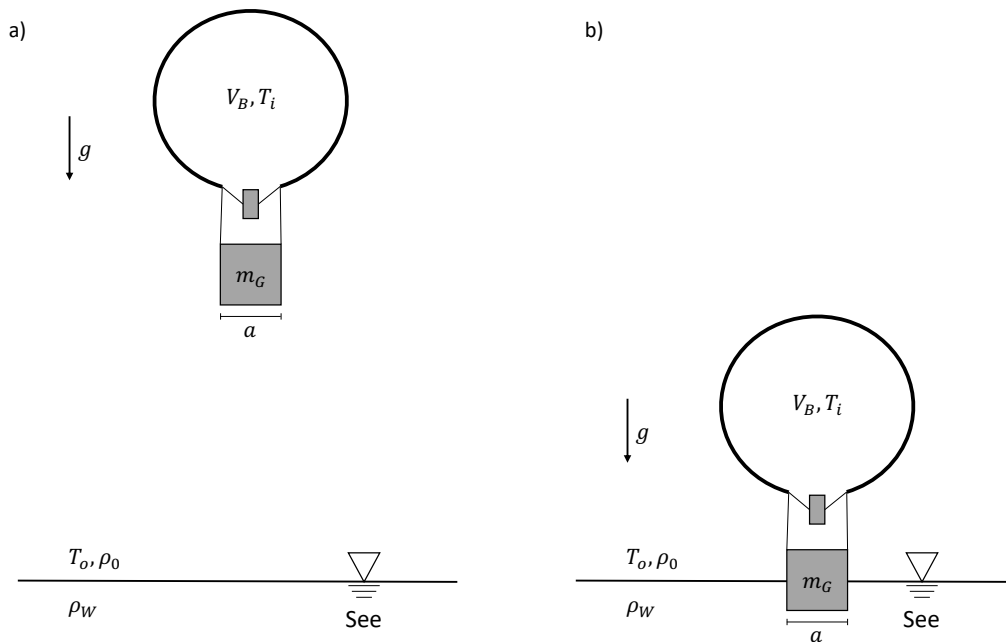


Klausur „Strömungsmechanik I“

05. 08. 2022

1. Aufgabe (7 Punkte)

Ein Heißluftballon fliegt über einen See. In der offenen, starren Ballonhülle wird die Luft mithilfe eines Brenners auf der konstanten Temperatur T_i gegenüber der isothermen Atmosphäre mit der Temperatur T_0 gehalten. Die Gondel kann als Würfel mit der Kantenlänge a und einer Masse m_G angenommen werden. Das Gewicht des Brenners und der Ballonhülle kann vernachlässigt werden. An der Wasseroberfläche hat die Luft die Dichte ρ_0 .



a) Berechnen Sie die Flughöhe H des Heißluftballons.

Der Brenner des Heißluftballons hat einen Defekt, sodass die Temperatur im Inneren der Hülle auf $T_i^* < T_i$ abfällt. Der Ballon verliert an Höhe, sodass die Gondel in den See eintaucht.

b) Wie groß muss die Innentemperatur T_i^* mindestens sein, damit die Gondel nicht vollständig untergeht?

Gegeben:

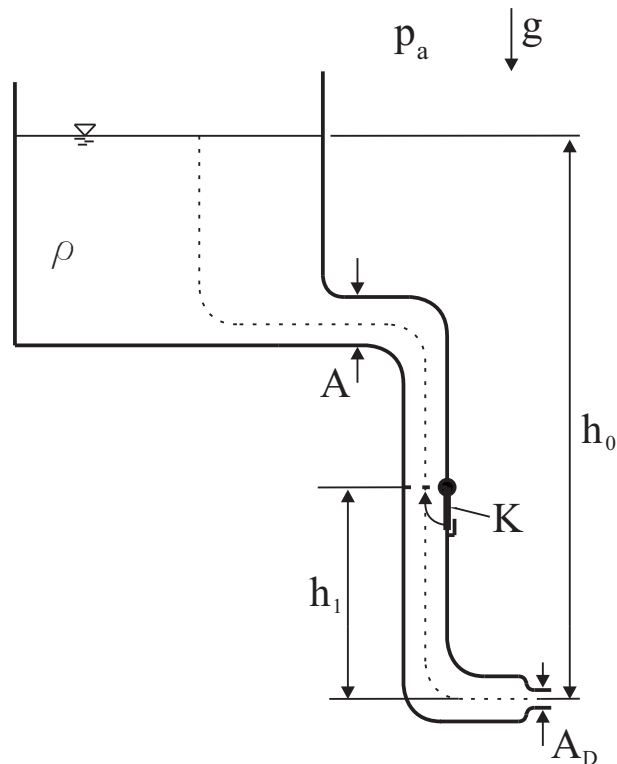
$$\rho_0, \quad T_0, \quad R, \quad g, \quad V_B, \quad a, \quad m_G, \quad T_i, \quad \rho_W$$

Hinweis:

- Die Luft wird als ideales Gas angenommen.
- Die vertikale Ausdehnung des Ballons ist zu vernachlässigen.
- Der Auftrieb der Gondel ist nicht zu vernachlässigen.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

2. Aufgabe (10 Punkte)

Aus einem großen Behälter fließt Wasser (Dichte ρ) durch ein Rohr (Querschnitt A) mit anschließender Düse ins Freie. Die Düse ist durch einen veränderlichen Querschnitt A_D gekennzeichnet. Oberhalb der Düse (Abstand h_1) befindet sich eine kleine, nach innen öffnende Klappe. Die Strömung ist verlustfrei.



- Bestimmen Sie den Düsenquerschnitt A_D , bei dem die Klappe gerade noch geschlossen ist.
- Bestimmen Sie für die Konfiguration aus a) den austretenden Volumenstrom $\dot{V}$.
- Zeichnen Sie sorgfältig den Verlauf des statischen Druckes entlang der gestrichelten Linie für A_D aus a) und für den Fall einer vollständig geschlossenen Düse ($A_D = 0$).

Gegeben:

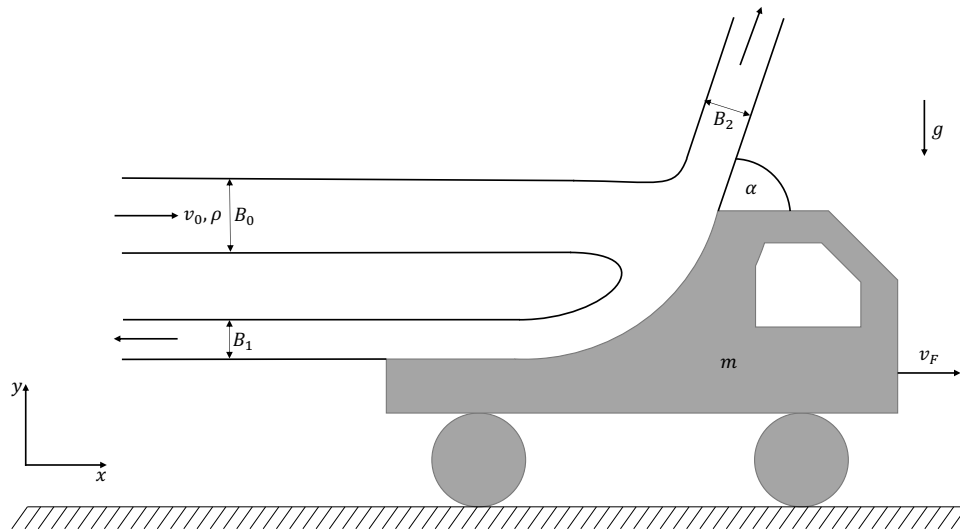
$$h_0, \quad h_1 = \frac{3}{4}h_0, \quad g, \quad A$$

Hinweis:

- Die Klappenhöhe ist vernachlässigbar.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

3. Aufgabe (13 Punkte)

Ein Spielzeugauto der Masse m wird mithilfe eines horizontalen Wasserstrahls der Breite B_0 und der Absolutgeschwindigkeit v_0 angetrieben. Der Strahl wird in einen horizontalen Anteil (Breite B_1) und einen diagonalen Anteil (Breite B_2) zerteilt. Der diagonale Strahl verlässt das Fahrzeug unter dem konstanten Winkel α . Das Verhältnis der austretenden Strahlen beträgt $B_1/B_2 = \Gamma$. Die Tiefe aller Strahlen beträgt T .



Das Fahrzeug bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v_F . Bestimmen Sie in Abhängigkeit der Geschwindigkeit v_F :

- die gesamte Kraft F_{ab} in y-Richtung des Fahrzeugs auf den Boden.
- die Kraft F_{an} in x-Richtung, welche vom Fluid auf das Fahrzeug wirkt.

Das Fahrzeug erfährt eine Widerstandskraft durch Rollreibung, welche sich zu

$$F_W = C F_{ab}$$

berechnet.

- Bestimmen Sie die maximale Endgeschwindigkeit v_F des Fahrzeugs. Wie hoch ist die maximale Endgeschwindigkeit v_F^* , wenn die Masse des Fahrzeugs zu vernachlässigen ist?

Gegeben:

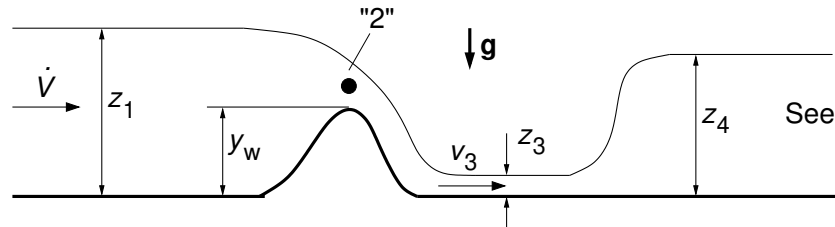
$$m, \quad v_0, \quad \alpha, \quad B_0, \quad B_1/B_2 = \Gamma, \quad T, \quad C, \quad \rho, \quad g$$

Hinweis:

- Die Gewichtskraft des Wassers wird vernachlässigt.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

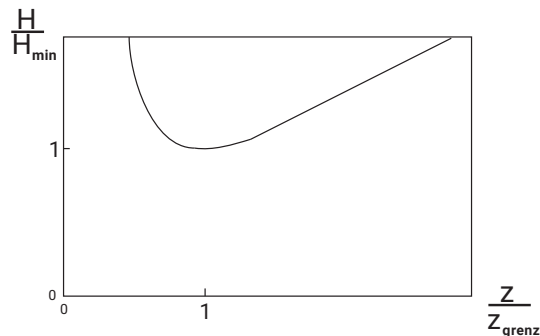
4. Aufgabe (7 Punkte)

In einem flachen Gerinne der Breite B strömt Wasser. Der Volumenstrom beträgt $\dot{V}$. Hinter einer Bodenwelle der Höhe y_w stellt sich ein schießender Zustand ein. Danach folgt ein Wassersprung bevor das Gerinne in einen See mit konstanter Spiegelhöhe mündet.



Die Spiegelhöhe des Gerinnes vor der Bodenwelle sei z_1 , die Froude-Zahl dieses Zustandes sei Fr_1 .

- a) Zeichnen Sie in das gegebene Diagramm alle hier auftretenden Zustandsänderungen qualitativ ein und kennzeichnen Sie die Zustände 1,2,3,4 in Anlehnung an die Skizze. Kennzeichnen Sie zudem die Gebiete überkritischer und unterkritischer Strömung an und geben Sie zusätzlich den Bereich der Froude-Zahl an. Übertragen Sie das Diagramm dazu in Ihren Lösungsbogen.



- b) Berechnen Sie die Energiehöhe H_3 und die Spiegelhöhe z_3 sowie die Froude-Zahl Fr_3 als Funktion von z_3 und den gegebenen Größen.
- c) Wie groß wird z_4 , wenn die Bodenwellenhöhe y_w so verringert wird, dass kein Übergang zum schießenden Zustand eintritt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Gegeben: $\dot{V}$, B , z_1 , g

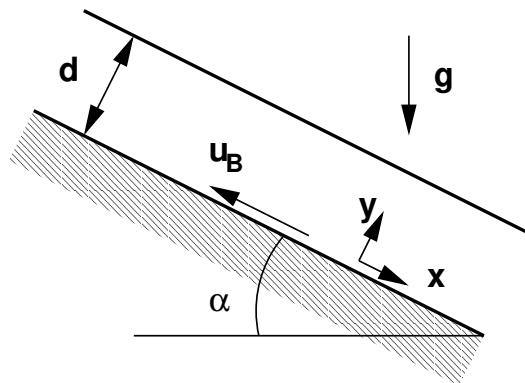
Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

5.Aufgabe (12 Punkte)

Ein Flüssigkeitsfilm aus einer strukturviskosen Polymerlösung läuft auf einem Förderband in positiver x -Richtung (siehe Skizze). Der Volumenstrom wird durch die Geschwindigkeit des Förderbandes reguliert.

- Leiten Sie die Geschwindigkeitsverteilung des Films als Funktion von y her. Nehmen Sie an, dass die Strömung ausgebildet ist.
- Bestimmen Sie u_B so, dass der Nettovolumenstrom pro Einheitstiefe des Flüssigkeitsfilms in x -Richtung Null wird.
- Skizzieren Sie sorgfältig die Schubspannungsverteilung und die Geschwindigkeitsverteilung für die unter b) berechnete Geschwindigkeit u_B .



Gegeben: $g, d, \alpha, K > 0, \rho$

Hinweis:

- Die Schubspannung in der Polymerlösung ergibt sich aus

$$\tau = -K \frac{du}{dy} \left| \frac{du}{dy} \right|^{-\frac{1}{2}}$$

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.

6. Aufgabe (11 Punkte)

- a) Mit Hilfe welcher dimensionslosen Kennzahl werden die Strömungszustände einer inkompressiblen, stationären Rohrströmung bestimmt und wie wird diese Kennzahl gebildet?
- b) Skizzieren Sie qualitativ die Schubspannung und das Verhältnis von laminarer zu turbulenter Schubspannung als Funktion des Radius einer turbulenten Rohrströmung.

Ein 2-dimensionales, reibungsfreies Strömungsfeld kann für die Zeit $t > t_0$ durch die folgenden Geschwindigkeitskomponenten beschrieben werden:

$$\begin{aligned}u(y, t) &= U_0 e^{-At} \frac{y}{H} \\v(t) &= V_0 e^{-Bt}\end{aligned}$$

- c) Bestimmen Sie die Funktion $x = f(y)$ jener Stromlinie, die zum Zeitpunkt $t_1 = \frac{1}{A-B}$ durch den Ort $(0, H)$ geht. Geben Sie hierfür als Erstes die Definition der Stromlinie für eine 2-dimensionale Strömung an.
- d) Bestimmen Sie die x-Komponente der Bahnkurve $x(t)$ eines Fluidteilchens, das sich zum Zeitpunkt $t_2 = 0$ am Ort $(0, 0)$ befand.

Gegeben:

$$U_0, \quad H, \quad V_0, \quad A, \quad B$$

Hinweis:

- Alle Aufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen.