

1. Aufgabe (10 Punkte)

- a) Die Energiegleichung für zweidimensionale, stationäre Strömungen mit konstanten Stoffgrößen (λ, η, c_p) lautet

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \eta \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]$$

Schreiben Sie die Energiegleichung in dimensionsloser Form unter der Annahme, dass eine Grenzschichtströmung an einer ebenen Platte vorliegt. Vereinfachen Sie die so erhaltene Gleichung.

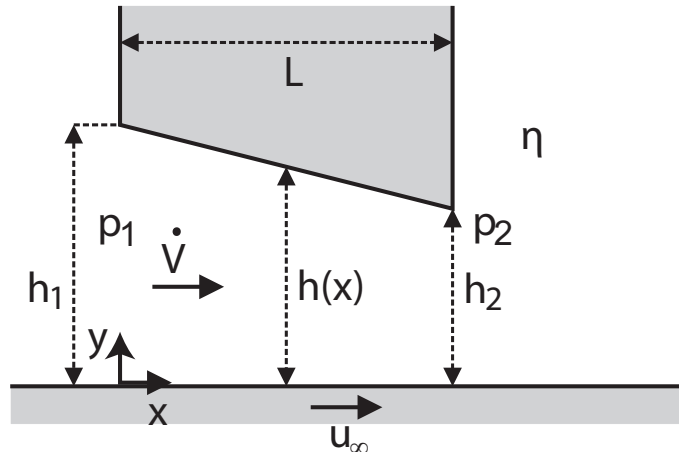
- b) Bestimmen Sie mit der Methode der Differentialgleichungen alle relevanten Kennzahlen, die sich aus der unter a) vereinfachten Gleichung ergeben.
- c) Drücken Sie die erhaltene(n) Kennzahl(en) durch eine oder mehrere in der Strömungsmechanik häufig verwendete Kennzahl(en) aus.

Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen

Hinweis: $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

Quelle: Frühjahr 2017

2. Aufgabe (9 Punkte)



Durch eine Labyrinthdichtung der Länge L und der Breite B , die normal zur x - y -Ebene ist, strömt ein inkompressibles Schmiermittel mit konstanter Viskosität η . Die Wand bewegt sich mit der Geschwindigkeit u_∞ relativ zur Dichtung. Die Höhe des Spaltes nimmt linear von h_1 auf h_2 ab. Für stationäre, schleichende Strömungen lautet die Impulsgleichung in x -Richtung

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $u(x, y)$ und den Volumenstrom $\dot{V}$ in Abhängigkeit von $h(x)$ und von $\frac{dp}{dx}$.
- Ermitteln Sie für die vorgegebene Geometrie und den maximalen Leckagevolumenstrom $\dot{V}_{max}$ die Druckdifferenz $\Delta p = p_2 - p_1$ zwischen dem Austritts- und dem Eintrittsquerschnitt.

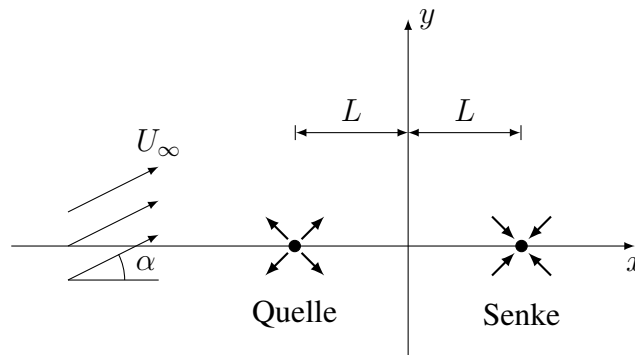
Gegeben: $u_\infty, \quad \eta, \quad L, \quad B, \quad h_1, \quad h_2, \quad \dot{V}_{max}$

Hinweise:

- $h(x) \ll L$.
- Die Spaltströmung kann als zweidimensional und laminar angesehen werden, Effekte an der Stelle $x = 0$ sind zu vernachlässigen.
- $\int \frac{dx}{(a - bx)^n} = \frac{1}{b(n-1)} \frac{1}{(a - bx)^{n-1}}$

3. Aufgabe (13 Punkte)

Gegeben ist die Überlagerung einer Quelle, einer Senke sowie einer Parallelströmung von einem Betrag U_∞ unter einem Anströmwinkel α .



- Stellen Sie die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ auf, mit der sich das beschriebene Problem darstellen lässt. Geben Sie die Vorzeichen der Konstanten an, die in den Elementarfunktionen vorhanden sind.
- Bestimmen Sie die sich ergebenden Geschwindigkeitskomponenten $u(x, y)$ sowie $v(x, y)$ mithilfe der konjugiert komplexen Geschwindigkeit $\bar{w}$.

Für den Anströmwinkel $\alpha = 0$ sei bekannt, dass ein Staupunkt bei $x_s = -2L$ liegt sowie dass die zugehörige Staupunktstromlinie symmetrisch zur y -Achse ist.

- Bestimmen Sie die Ergiebigkeiten der Quelle und der Senke.
- Berechnen Sie die Positionen vorhandener Staupunkte für den Anströmwinkel $\alpha = \pi$ und skizzieren Sie qualitative das zugehörige Strömungsfeld.

Gegeben:

U_∞, L, α

Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

Parallelströmung: $F(z) = (u_\infty - i v_\infty) z$

Potentialwirbel: $F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$

Quelle/Senke: $F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$

Staupunktströmung: $F(z) = a z^2$

Dipol: $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

Hinweise:

- $z = x + iy = r \cdot e^{i\phi} = r(\cos \phi + i \sin \phi)$
- $\frac{1}{z \pm a} = \frac{1}{(x \pm a) + iy}$

Quelle: Frühjahr 2023